

Jogos de Banach-Mazur e Choquet

ENATHIELLE THIALA SOUZA DE ANDRADE *

Abstract

O jogo de Banach-Mazur apareceu no famoso Livro Escocês [1], [2], onde sua versão inicial foi formulada como o Problema 43 pelo matemático polonês S. Mazur: Dados o espaço de números reais \mathbb{R} , um subconjunto não-vazio E e dois jogadores, A e B , que jogam da seguinte forma: A começa escolhendo um intervalo não-vazio I_0 de \mathbb{R} , em seguida, B responde, escolhendo um subintervalo não-vazio I_1 de I_0 . Então, o jogador A seleciona um intervalo não-vazio $I_2 \subset I_1$ e B continua tomando um subintervalo não-vazio I_3 de I_2 . Esse procedimento é repetido infinita vezes. A sequência infinita resultante de intervalos encaixados $\{I_n : n < \omega\}$ é chamada de jogo. Por definição, o jogador A vence esta partida se a interseção $\bigcap_{n < \omega} I_n$ tiver um ponto em comum com E .

Caso contrário, B ganha. Mazur havia observado dois fatos:

- Se o complemento em E de algum intervalo aberto não-vazio for magro, então o jogador A tem uma estratégia vencedora; e
- Se E for magro, então B possui uma estratégia vencedora.

A questão originalmente colocada por Mazur no Problema 43 do Livro Escocês (cujo o prêmio era uma garrafa de vinho) era se as implicações inversas nas duas afirmações acima são verdadeiras. Em 4 de agosto de 1935, S. Banach, matemático polonês, escreveu no mesmo livro que “a conjectura de Mazur é verdadeira”. No entanto, a prova desta declaração de Banach nunca foi publicada. O jogo tornou-se posteriormente conhecido como o jogo de Banach-Mazur.

Apresentaremos versões dos jogos de Banach-Mazur e Choquet (e versões dos teoremas acima) num ambiente topológico um pouco mais geral do que na versão original.

References

- [1] SM Ulam, *O Livro Escocês*, uma monografia do LASL, Los Alamos Sci. Laboratório (1977) (Segunda edição)
- [2] *O Livro Escocês: Matemática do Café Escocês*. RD Mauldin (ed.), Birkhäuser (1981)
- [3] Weisstein, Eric W. *Encyclopedia of mathematics*. Supplement Volume III. kluwer academic publishers, 2001

*e-mail: enathielle@hotmail.com